Aufgabe 1971 1b: **4 P**

Ein Langstreckenläufer beginnt sein Training mit einer bestimmten Anfangsstrecke und erhöht sein Laufpensum jeden Tag um 500 m. Am 9. Tag läuft er auf diese Weise eine doppelt so lange Strecke wie am 4. Tag. Da er dieses tägliche Training ohne Unterbrechungen mehrere Wochen lang fortsetzt, legt er schließlich eine Gesamtstrecke von 247,5 km zurück. Wieviel Tage dauert das Training?

Lösung 1971 1b:

Berechnung der Anzahl der Trainingstage n:

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Summenformel

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) \wedge a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = 247500 \wedge a_1 = 1000 \wedge d = 500$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$247500 = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 1000 + (n-1) \cdot 500)$$

$$247500 = \frac{n}{2} \cdot (2000 + 500n - 500)$$

$$247500 = \frac{n}{2} \cdot (500n + 1500) \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{n}{2} \cdot (500n + 1500) = 247500 \qquad | \cdot 2$$

$$n \cdot (500n + 1500) = 495000$$

$$500n^2 + 1500 \cdot n = 495000 \qquad | : 500$$

$$n^2 + 3n = 990 \qquad | -990$$

$$n^2 + 3n - 990 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$n^2 + 3n - 990 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 3$$

$$q = -990$$

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \qquad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3^2}{4} - (-990)}$$

$$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 990}$$

$$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{2,25 + 990}$$

$$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{992,25}$$

Lösung 1971 1b:

$x_{1,2} = -1,5 \pm 31,5$

$x_1 = -1,5 + 31,5$

$\underline{x_1 = 30}$

$x_2 = -1,5 - 31,5$

$\cancel{x_2 = -33}$ keine Lösung, da negativ

$\underline{\underline{n = 30}}$

Antwort: Der Langläufer trainiert 30 Tage.