Aufgabe 1970 6b: **4 P**

Ein ungleichseitiges Dreieck rotiert um seine Seite $c = 5\,cm$. Der Winkel α des Dreiecks beträgt 55°, der Winkel β beträgt 25°. Berechne das Volumen des Rotationskörpers!

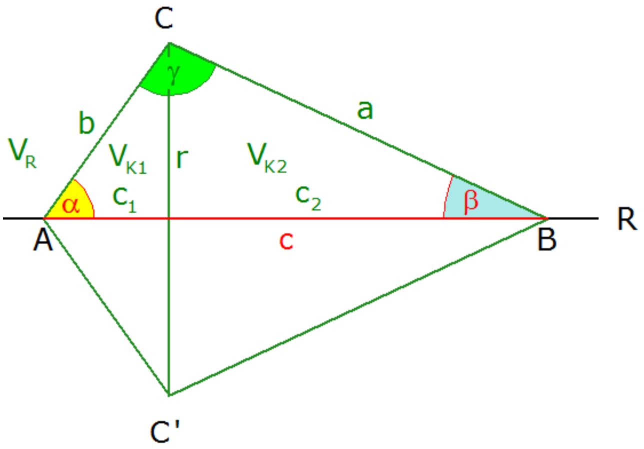
Lösung 1970 6b:

1. Berechnung des Winkels γ:

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$ Winkelsumme

$\gamma = 180^\circ - 55^\circ - 25^\circ$

$\underline{\gamma = 100^\circ}$



2. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{BC} = a$:

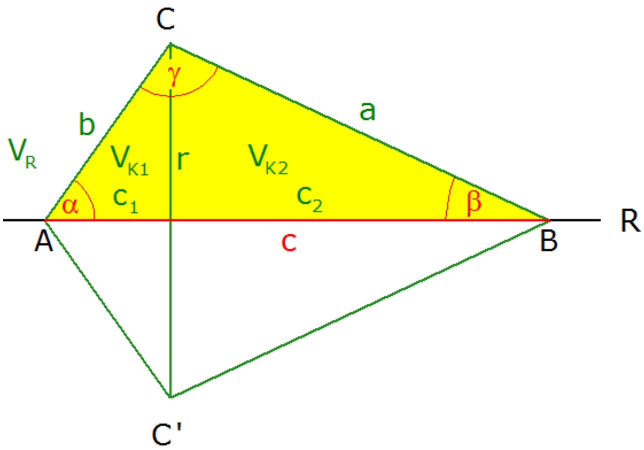
$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$ Sinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck ABC

$\frac{a}{\sin 55^\circ} = \frac{5}{\sin 100^\circ}$

$\frac{a}{0,8192} = \frac{5}{0,9848}$

$\frac{a}{0,8192} = 5,0771 \quad | \cdot 0,8192$

$\underline{a = 4,159\,cm}$



3. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{AC} = b$:

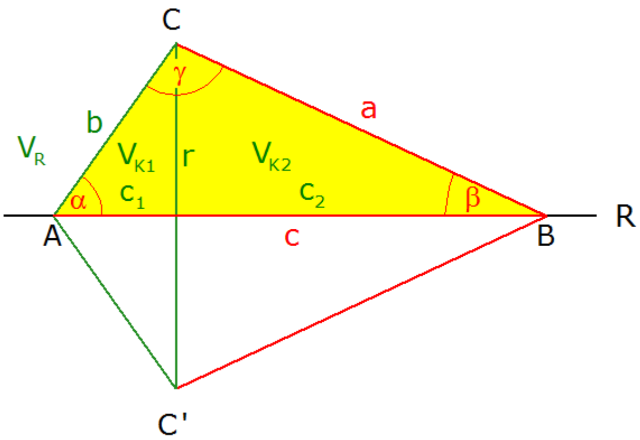
$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$ Sinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck ABC

$\frac{b}{\sin 25^\circ} = \frac{5}{\sin 100^\circ}$

$\frac{b}{0,4226} = \frac{5}{0,9848}$

$\frac{b}{0,4226} = 5,0771 \quad | \cdot 0,4226$

$\underline{b = 2,146\,cm}$



Lösung 1970 6b:

4. Berechnung des Kegelradius r:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{r}{b}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

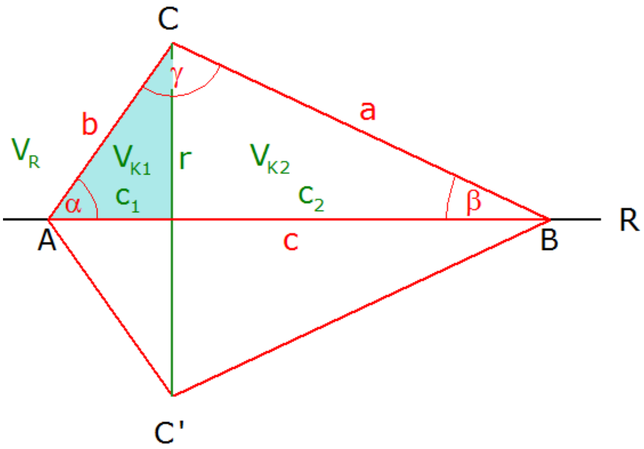
$$\sin 55^\circ = \frac{r}{2,146}$$

$$0,8192 = \frac{r}{2,146}$$

Seiten tauschen

$$\frac{r}{2,146} = 0,8192 \qquad \Big| \cdot 2,146$$

$$\underline{r = 1,758\,\text{cm}}$$



5. Berechnung der Kegelhöhe c_1:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{r}{c_1}$$

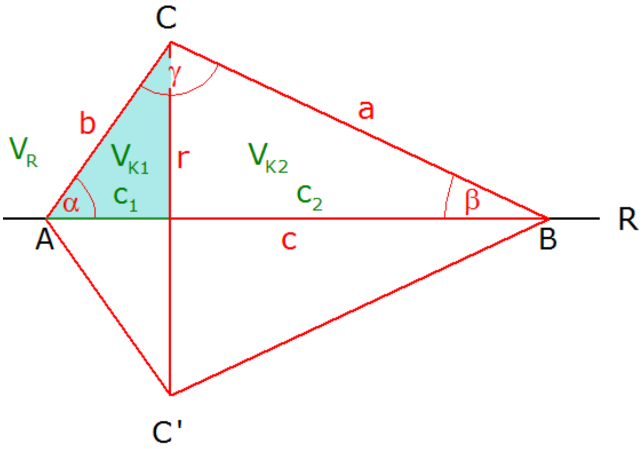
Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan 55^\circ = \frac{1,758}{c_1}$$

$$1,4281 = \frac{1,758}{c_1} \qquad \Big| \cdot c_1$$

$$c_1 \cdot 1,4281 = 1,758 \qquad \Big| : 1,4281$$

$$\underline{c_1 = 1,231\,\text{cm}}$$

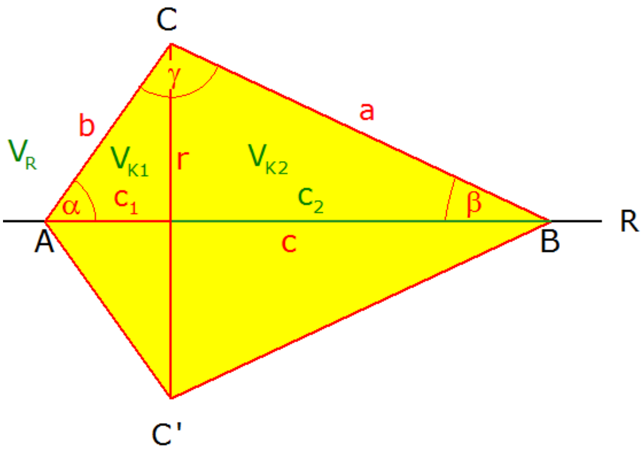


6. Berechnung der Kegelhöhe c_2:

$$c_2 = c - c_1$$

$$c_2 = 5 - 1,231$$

$$\underline{c_2 = 3,769\,\text{cm}}$$



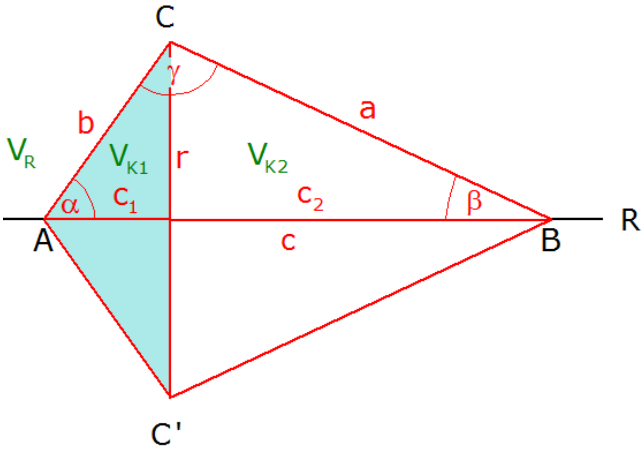
7. Berechnung des Kegelvolumens V_{K1}:

$$V_{K1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_1$$

$$V_{K1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,758^2 \cdot 1,231$$

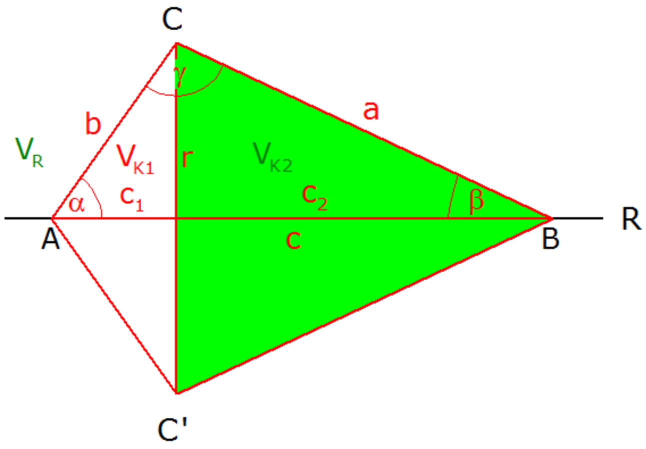
$$V_{K1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3,0906 \cdot 1,231$$

$$\underline{V_{K1} = 3,984\,\text{cm}^3}$$



Lösung 1970 6b:

8. Berechnung des Kegelvolumens V_{K2}:



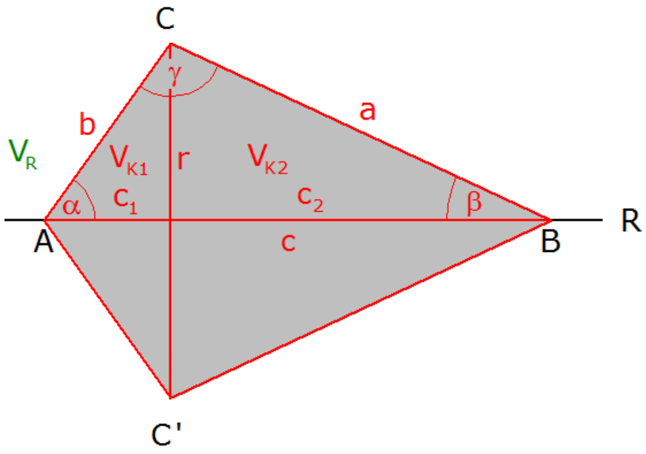
$$V_{K2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_2$$

$$V_{K2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}758^2 \cdot 3{,}769$$

$$V_{K2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}0906 \cdot 3{,}769$$

$$\underline{V_{K2} = 12{,}198\,\text{cm}^3}$$

9. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_R:



$$V_R = V_{K1} + V_{K2}$$

$$V_R = 3{,}984 + 12{,}198$$

$$\underline{\underline{V_R = 16{,}182\,\text{cm}^3}}$$