Aufgabe 1970 4a: 4 P

Ein behauener Stein hat die Form eines sich nach oben verjüngenden quadratischen Pyramidenstumpfes mit der Deckkante $a_2 = 2\,dm$, der Seitenflächenhöhe $h_s = 4\,dm$ und der Seitenkante $s_K = 5\,dm$. Aus diesem Stein ist ein kegelstumpfförmiges Becken mit $d_2 = a_2$ und $h_K = 1{,}5\,dm$ so herausgearbeitet worden, daß die Spitze des Ergänzungskegels im Mittelpunkt der Pyramidenstumpfgrundfläche liegen würde. Berechne die Grundkante a_1 und die Höhe h_p des Pyramidenstumpfes, sowie den Grundkreisradius r_1 des Kegelstumpfes!

Lösung 1970 4a:

1. Berechnung der Pyramidenstumpf-Grundkante a_1:

$$s_K^2 = h_s^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$5^2 = 4^2 + \left(\frac{a_1 - 2}{2}\right)^2$$

$$25 = 16 + \left(\frac{a_1 - 2}{2}\right)^2$$ Seiten tauschen

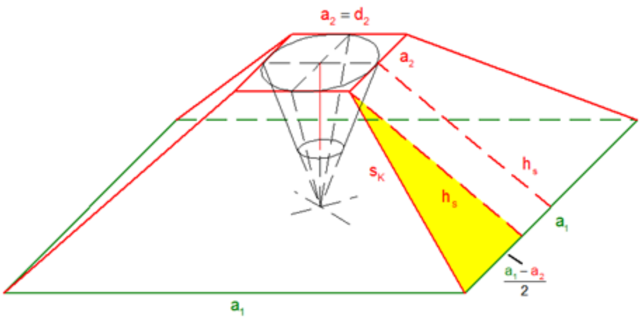
$$16 + \left(\frac{a_1 - 2}{2}\right)^2 = 25 \quad \Big| -16$$

$$\left(\frac{a_1 - 2}{2}\right)^2 = 9 \quad \Big| \sqrt{\ }$$

$$\frac{a_1 - 2}{2} = 3 \quad \Big| \cdot 2$$

$$a_1 - 2 = 6 \quad \Big| +2$$

$$\underline{\underline{a_1 = 8\,dm}}$$



2. Berechnung der Pyramidenstumpf-Höhe h_p:

$$h_p^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2 = h_s^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

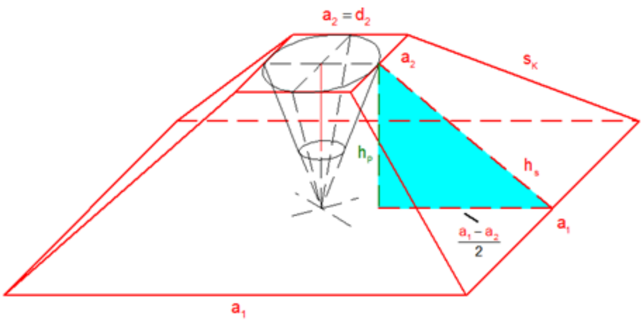
$$h_p^2 + \left(\frac{8 - 2}{2}\right)^2 = 4^2$$

$$h_p^2 + 3^2 = 4^2$$

$$h_p^2 + 9 = 16 \quad \Big| -9$$

$$h_p^2 = 7 \quad \Big| \sqrt{\ }$$

$$\underline{\underline{h_p = 2{,}646\,dm}}$$



Lösung 1970 4a:

3. Berechnung des Kegelstumpf-Radius r_1:

$$\frac{h_P - h_K}{h_P} = \frac{r_1}{r_2}$$ 1. Strahlensatz

$$\frac{2{,}646 - 1{,}5}{2{,}646} = \frac{r_1}{1}$$ $r_2 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$$\frac{2{,}646 - 1{,}5}{2{,}646} = r_1$$ Seiten tauschen

$$r_1 = \frac{2{,}646 - 1{,}5}{2{,}646}$$

$$r_1 = \frac{1{,}146}{2{,}646}$$

$$\underline{\underline{r_1 = 0{,}433\,dm}}$$