

Aufgabe 1970 1a:

4 P

Jemand spielt im Lotto mit 20 DM Einsatz. Er hat Pech und setzt das nächste Mal 22 DM, dann 24 DM usw. Plötzlich hat er Glück und gewinnt sein bisher verwettetes Geld auf einmal zurück. Beim wievielten Spiel ist das der Fall, wenn sein Gewinn das Fünffache des letzten Einsatzes betrug?

Lösung 1970 1a:

Berechnung des n-ten Spieles:

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Summenformel

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

$$\wedge a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$s_n = 5 \cdot a_n$$

$$\frac{n}{2} (2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d) = 5 \cdot (a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$\frac{n}{2} (2 \cdot 20 + (n-1) \cdot 2) = 5 \cdot (20 + (n-1) \cdot 2) \quad a_1 = 20 \wedge d = 2$$

$$\frac{n}{2} (40 + 2n - 2) = 5 \cdot (20 + 2n - 2)$$

$$\frac{n}{2} (2n + 38) = 5 \cdot (2n + 18)$$

$$n^2 + 19n = 10n + 90$$

$$| -10n - 90$$

$$n^2 + 9n - 90 = 0$$

Normalform einer
quadratischen
Gleichung

$$n^2 + 9n - 90 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 9$$

p und q bestimmen

$$q = -90$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{9^2}{4} - (-90)}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{\frac{81}{4} + 90}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{20,25 + 90}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{110,25}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm 10,5$$

$$x_1 = -4,5 + 10,5$$

$$\underline{x_1 = 6}$$

Lösung 1970 1a:

$$x_2 = -4,5 - 10,5$$

~~$$x_2 = 15$$~~

$$\underline{\underline{n = 6}}$$

keine Lösung,
da negativ

Antwort: Es war sein 6. Spiel.