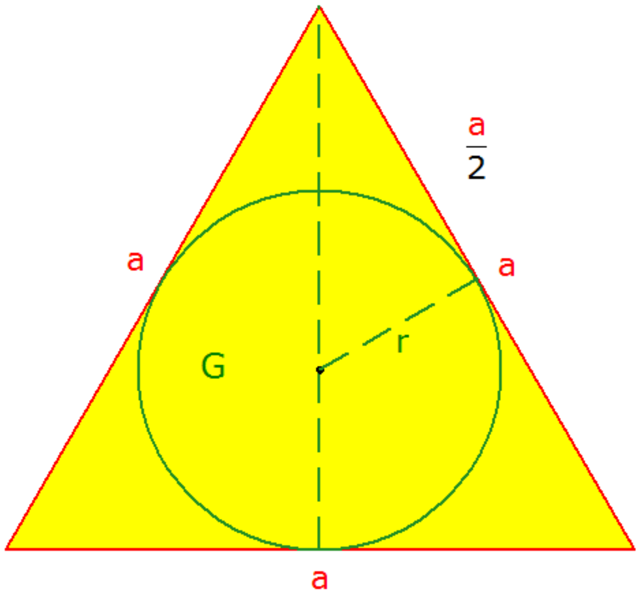
Aufgabe 1968 7b: **6 P**

Ein senkrechtes dreiseitiges Prisma, dessen innere Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 10\,cm$ ist, wurde bis zur Höhe $h_1 = 15\,cm$ mit Wasser gefüllt.
In dieses Gefäß wird eine die Wände berührende Kugel untergetaucht.
Bis zu welcher Höhe h_2 steht das Wasser im Prisma nach dem Untertauchen der Kugel?

Lösung 1968 7b:



1. Berechnung der Grundfläche G des Prismas:

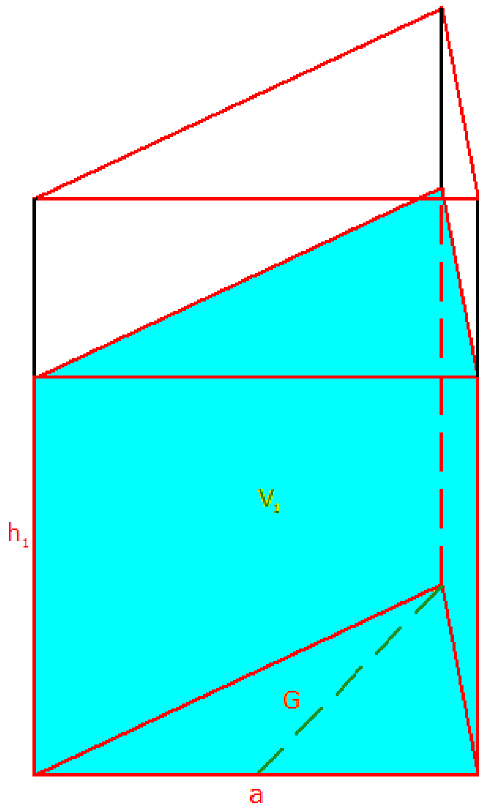
$G = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$ Flächenformel gleichseitiges Dreieck

$G = \frac{10^2}{4}\sqrt{3}$

$G = \frac{100}{4}\sqrt{3}$

$G = 25 \cdot \sqrt{3}$

$\underline{G = 43{,}3\,cm^2}$



2. Berechnung des Wasservolumens im Prisma V_1:

$V_1 = G \cdot h_1$

$V_1 = 43{,}3 \cdot 15$

$\underline{V_1 = 649{,}5\,cm^3}$

Lösung 1968 7b:

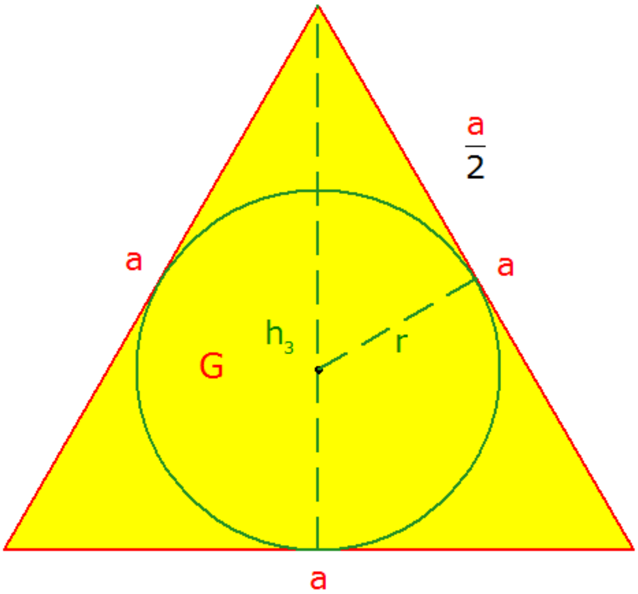
3. Berechnung der Dreieckshöhe h_3 der Grundfläche:

$h_3 = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ Höhenformel im gleichseitigen Dreieck

$h_3 = \frac{10}{2}\sqrt{3}$

$h_3 = 5 \cdot \sqrt{3}$

$\underline{h_3 = 8,66\,\text{cm}}$

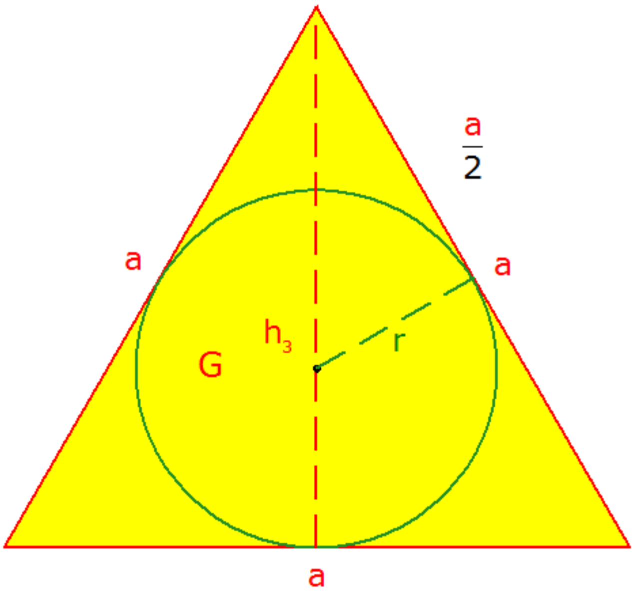


4. Berechnung des Kugelradius r:

$r = \frac{1}{3} \cdot h_3$ Mittelpunkt des Innkreises teilt die Höhe im Verhältnis 1 : 2

$r = \frac{1}{3} \cdot 8,66$

$\underline{r = 2,89\,\text{cm}}$



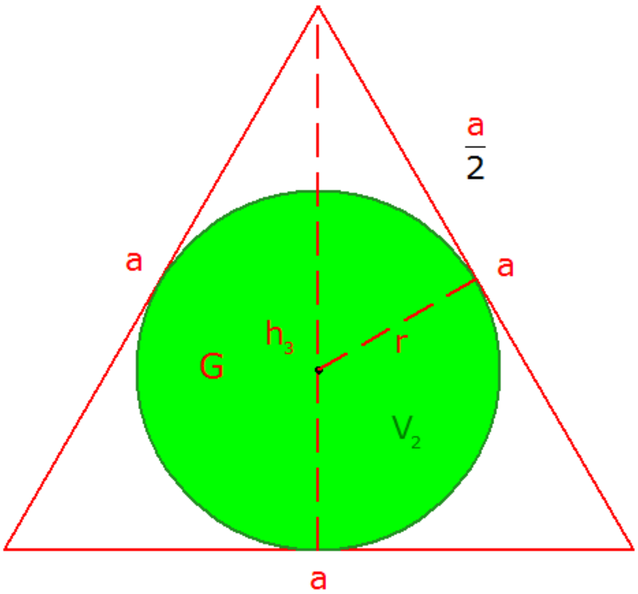
5. Berechnung des Kugelvolumens V_2:

$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2,89^3$

$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 24,14$

$\underline{V_2 = 101,1\,\text{cm}^3}$



Lösung 1968 7b:

6. Berechnung des Gesamtvolumens V_g:

$$V_g = V_1 + V_2$$

$$V_g = 649,5 + 101,1$$

$$\underline{V_g = 750,6\,cm^3}$$

7. Berechnung der Gesamthöhe h_2:

$V_g = G \cdot h_2$ Formel Prismavolumen

$750,6 = 43,3 \cdot h_2$ Seiten tauschen

$43,3 \cdot h_2 = 750,6 \quad |:43,3$

$$\underline{\underline{h_2 = 17,3\,cm}}$$