

**Aufgabe 1968 2b:**

**3 P**

Die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  schneiden einander im Punkt  $S$  unter dem Winkel  $\alpha = 45^\circ$ . In einem Punkt  $A$  der ersten Geraden, der  $a = 4 \text{ cm}$  von  $S$  entfernt liegt, wird die Senkrechte  $s_1$  errichtet. Sie schneidet die zweite Gerade im Punkt  $B$ . In  $B$  wird nun auf der zweiten Geraden die Senkrechte  $s_2$  errichtet und der Schnittpunkt  $C$  mit der ersten Geraden usw. bestimmt. Berechne die Gesamtlänge der ersten 14 Senkrechten!

**Lösung 1968 2b:**

**1. Berechnung der Senkrechten  $s_1$ :**

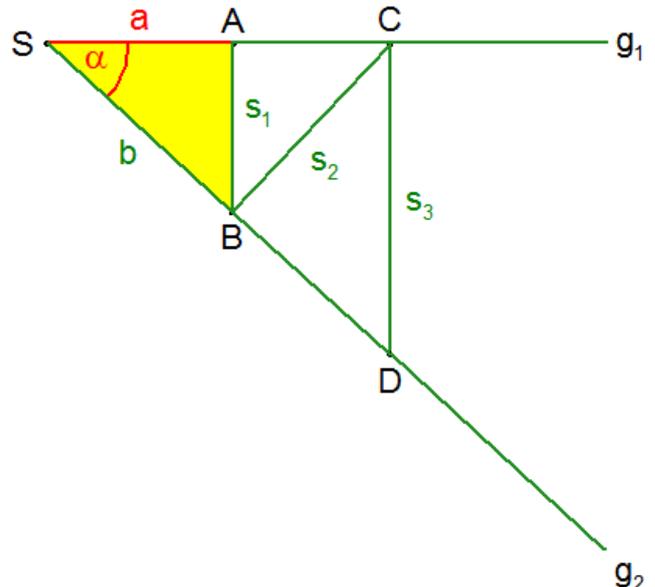
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{s_1}{a} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{s_1}{4}$$

$$1 = \frac{s_1}{4} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{s_1}{4} = 1 \quad | \cdot 4$$

$$\underline{s_1 = 4 \text{ cm}}$$



**2. Berechnung der Strecke  $\overline{SB} = b$ :**

$$b^2 = a^2 + s_1^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$b^2 = 4^2 + 4^2$$

$$b^2 = 16 + 16$$

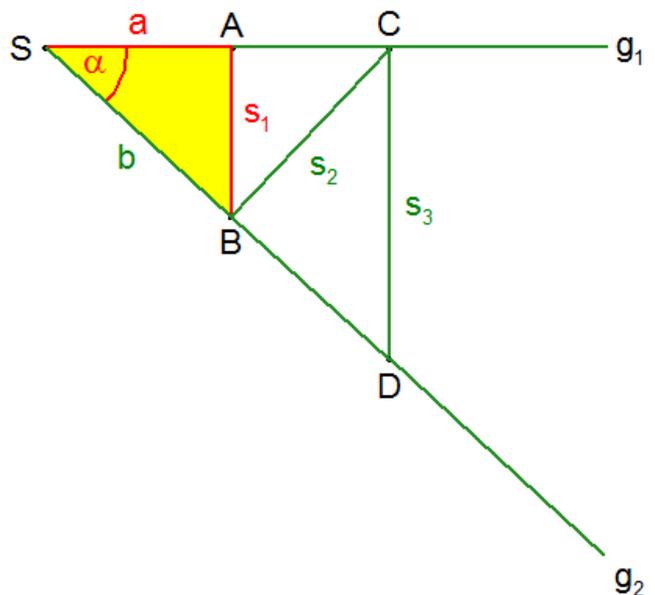
$$b^2 = 32 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$b = \sqrt{32}$$

$$b = \sqrt{16 \cdot 2} \quad \text{Wurzelgesetz } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$b = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{b = 4 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}}$$



### Lösung 1968 2b:

#### 3. Berechnung der Senkrechten $s_2$ :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{s_2}{b}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan 45^\circ = \frac{s_2}{4 \cdot \sqrt{2}}$$

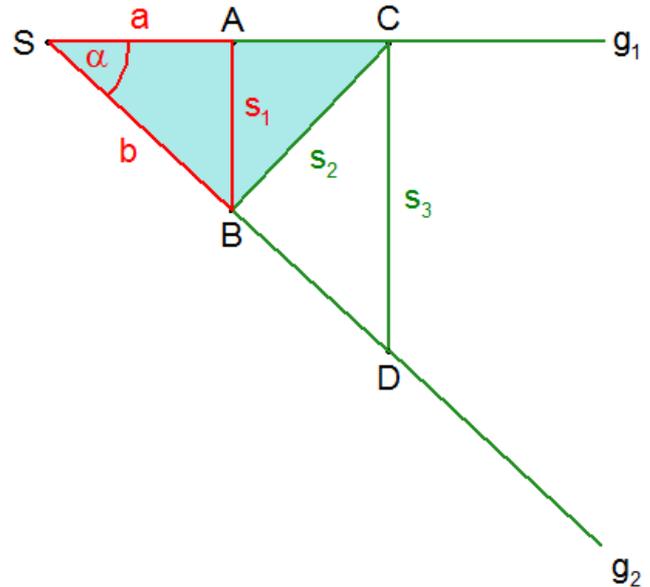
$$1 = \frac{s_2}{4 \cdot \sqrt{2}}$$

Seiten tauschen

$$\frac{s_2}{4 \cdot \sqrt{2}} = 1$$

$$| \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{s_2 = 4 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}}$$



#### 4. Berechnung von $q$ :

$$q = \frac{s_2}{s_1}$$

$$q = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{4}$$

$$\underline{q = \sqrt{2}}$$

#### 5. Berechnung der Gesamtlänge der ersten 14 Senkrechten $s_{14}$ :

$$s_n = s_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Summenformel geometrische Zahlenfolge

$$s_{14} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}^{14} - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$s_{14} = 4 \cdot \frac{128 - 1}{0,4142}$$

$$s_{14} = 4 \cdot \frac{127}{0,4142}$$

$$s_{14} = 4 \cdot 306,61$$

$$s_{14} = 1226,4 \text{ cm}$$

$$\underline{s_{14} = 12,264 \text{ m}}$$