

Aufgabe 1966/2 3d:

In ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 20 \text{ cm}$ wird ein zweites Quadrat eingezeichnet, indem man benachbarte Seitenmitten miteinander verbindet. Führt man in der gleichen Weise fort, so erhält man eine Folge von Quadraten. Wie groß ist die Summe der Flächen der ersten 8 Quadrate?

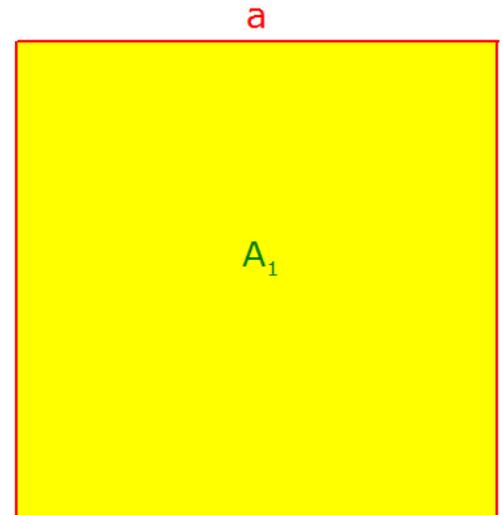
Lösung 1966/2 3d:

1. Berechnung der ersten Fläche A_1 :

$$A_1 = a^2$$

$$A_1 = 20^2$$

$$\underline{A_1 = 400 \text{ cm}^2}$$



2. Berechnung der zweiten Fläche A_2 :

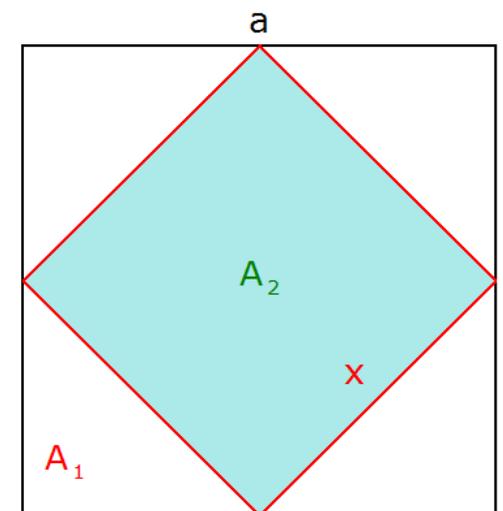
$$A_2 = x^2$$

$$A_2 = \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2} \right)^2 \quad x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2}$$

$$A_2 = \left(\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \sqrt{2} \right)^2$$

$$A_2 = 14,1421^2$$

$$\underline{A_2 = 200 \text{ cm}^2}$$



3. Berechnung von q_A :

$$q_A = \frac{A_2}{A_1}$$

$$q_A = \frac{200}{400}$$

$$\underline{q_A = 0,5}$$

Lösung 1966/2 3d:

4. Berechnung der Summe der ersten 8 Quadratflächen s_8 :

$$s_8 = A_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$s_8 = 400 \cdot \frac{1 - 0,5^8}{1 - 0,5}$$

$$s_8 = 400 \cdot \frac{1 - 0,03906}{0,5}$$

$$s_8 = 400 \cdot \frac{0,9961}{0,5}$$

$$s_8 = 400 \cdot 1,9922$$

$$\underline{s_8 = 796,9 \text{ cm}^2}$$

Antwort: Die Summe der ersten 8 Quadratflächen beträgt $796,9 \text{ cm}^2$.

