Aufgabe 1966/1 6a: **7 P**

Ein Turmhelm hat die Form einer regelmäßigen achtseitigen Pyramide mit der Grundkante $a = 1,20\,m$. Die Seitenflächen sind gegen die Grundfläche unter dem Winkel $\alpha = 75^o$ geneigt.
Wieviel m^2 Zinkblech braucht man zur Bedachung des Turmes?

Strategie 1966/1 6a:

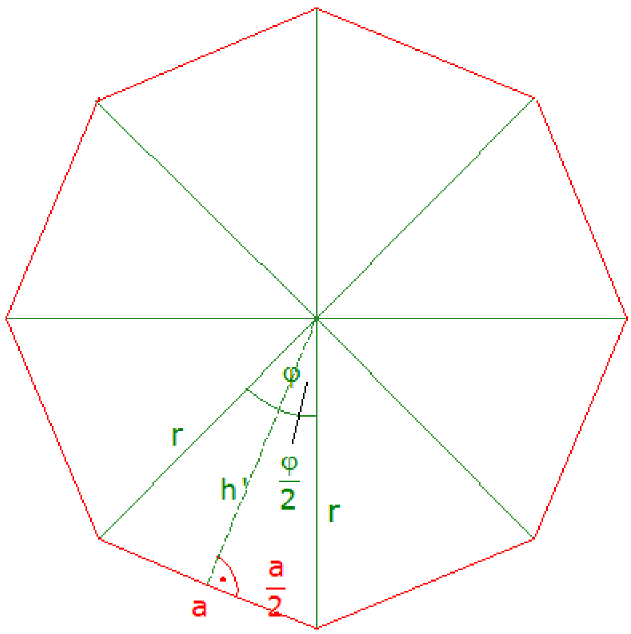
Gegeben:

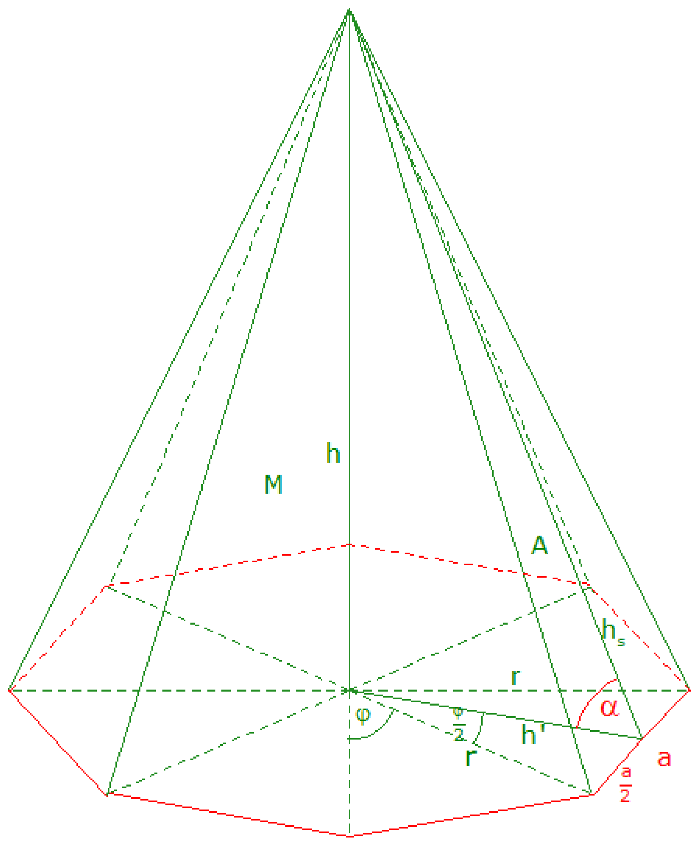
Regelmäßige achtseitige Pyramide
$a = 1,20\,m$
$\alpha = 75^o$

Gesucht:

M

Skizze:



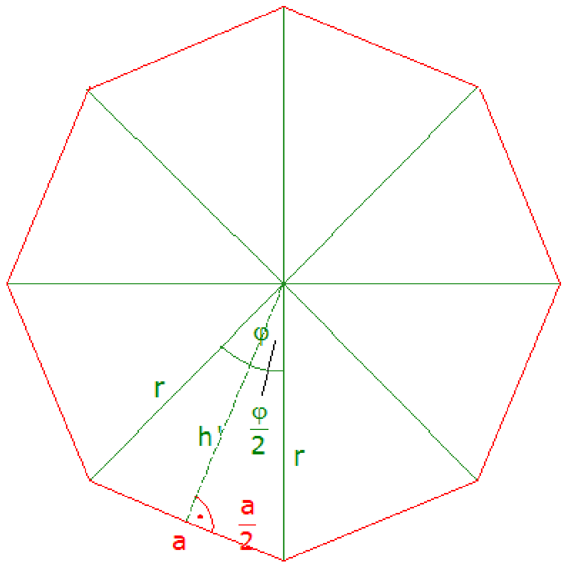


Lösung 1966/1 6a:

1. Berechnung des Winkels φ:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe h':

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{a}{2}}{h'}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

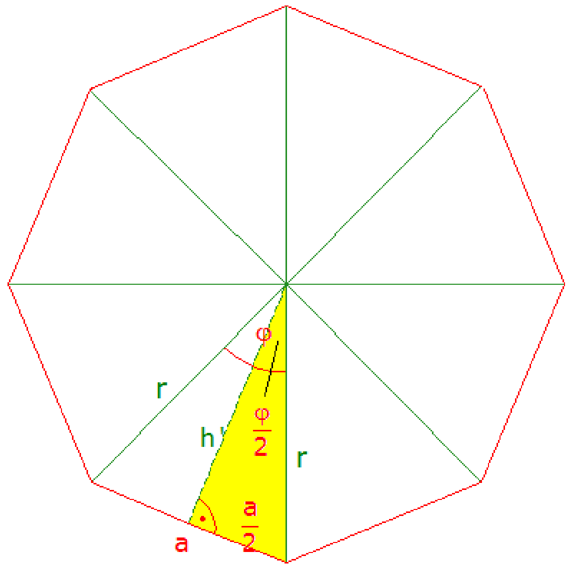
$$\tan\frac{45^\circ}{2} = \frac{\frac{1,20}{2}}{h'}$$

$$\tan 22,5^\circ = \frac{0,60}{h'}$$

$$0,4142 = \frac{0,60}{h'} \qquad |\cdot h'$$

$$h' \cdot 0,4142 = 0,60 \qquad |:0,4142$$

$$\underline{h' = 1,45\,m}$$



3. Berechnung der Seitenhöhe h_s:

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h'}{h_s}$$

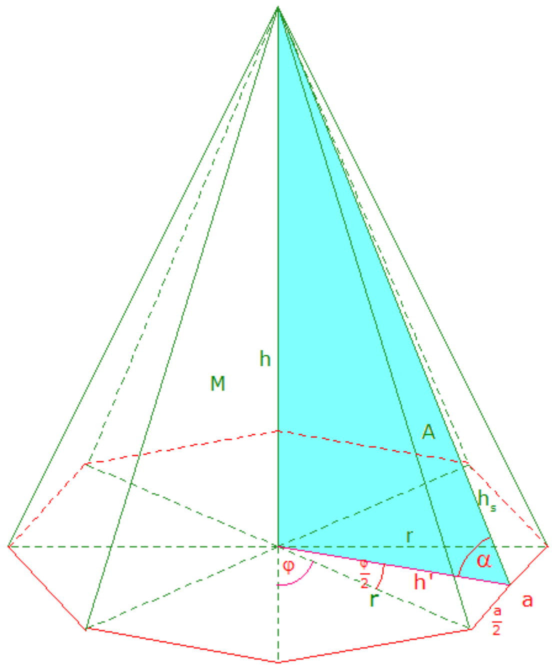
Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\cos 75^\circ = \frac{1,45}{h_s}$$

$$0,2588 = \frac{1,45}{h_s} \qquad |\cdot h_s$$

$$h_s \cdot 0,2588 = 1,45 \qquad |:0,2588$$

$$\underline{h_s = 5,60\,m}$$



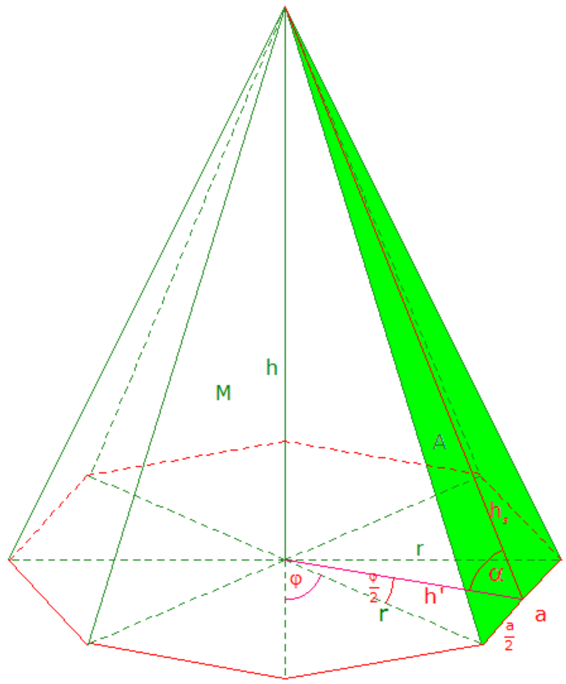
Lösung 1966/1 6a:

4. Berechnung der Seitenfläche A:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s$$ Formel Dreiecksfläche

$$A = \frac{1}{2} \cdot 1,20 \cdot 5,60$$

$$\underline{A = 3,36\,m^2}$$



5. Berechnung des Mantels M:

$$M = 8 \cdot A$$

$$M = 8 \cdot 3,36$$

$$\underline{\underline{M = 26,88\,m^2}}$$

Antwort: Zur Bedachung des Turmes werden $26,88\,m^2$ Zinkblech benötigt.