

Aufgabe 1966/1 1:

11 P

Eine Gemeinde will einen Bohrversuch durchführen lassen und sieht dafür im Haushaltsplan 20000 DM vor.

Zwei Firmen reichen Angebote ein:

Firma A: Das erste Meter kostet 70 DM, jedes weitere Meter immer 4 DM mehr als das vorhergehende.

Firma B: Das erste Meter kostet 40 DM, jedes weitere Meter immer 3% mehr als das vorhergehende.

Den Auftrag erhält diejenige Firma, die für das zur Verfügung stehende Geld die größere Tiefe erreicht; welche ist es?

Lösung 1966/1 1:

1. Berechnung der Bohrtiefe n der Firma A:

Arithmetische Reihe !

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$
$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$a_1 = 70 \wedge d = 4 \wedge s_n = 20000$

$$20000 = \frac{n}{2}(70 + 70 + (n-1) \cdot 4)$$

$$20000 = \frac{n}{2}(140 + 4n - 4)$$

Seiten tauschen

$$\frac{n}{2}(140 + 4n - 4) = 20000 \quad | \cdot 2$$

$$n(140 + 4n - 4) = 40000$$

$$n(4n + 136) = 40000$$

Summe ausmultiplizieren

$$4n^2 + 136n = 40000 \quad | - 40000$$

$$4n^2 + 136n - 40000 = 0 \quad | : 4$$

$$n^2 + 34n - 10000 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$n^2 + 34n - 10000 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 34$$

$$q = -10000$$

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{34}{2} \pm \sqrt{\frac{34^2}{4} - (-10000)}$$

$$x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{\frac{1156}{4} + 10000}$$

Lösung 1966/1 1:

$$x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{289 + 10000}$$

$$x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{10289}$$

$$x_{1,2} = -17 \pm 101,43$$

$$n_1 = -17 + 101,43$$

$$n_1 = 84,43\text{m}$$

$$n_2 = -17 - 101,43$$

$$~~n_2 = -118,43\text{m}~~$$

keine Lösung,
da negativ

$$\underline{\underline{n = 84,43\text{m}}}$$

2. Berechnung der Bohrtiefe n der Firma B:

$$s_n = \frac{g_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Geometrische Reihe!
 $g_1 = 40 \wedge q = 1,03$
 $\wedge s_n = 20000$

$$20000 = \frac{40 \cdot (1,03^n - 1)}{1,03} - 1$$

$$20000 = \frac{40 \cdot (1,03^n - 1)}{0,03}$$

Seiten tauschen

$$\frac{40 \cdot (1,03^n - 1)}{0,03} = 20000 \quad | \cdot 0,03$$

$$40 \cdot (1,03^n - 1) = 600 \quad | : 40$$

$$1,03^n - 1 = 15 \quad | + 1$$

$$1,03^n = 16 \quad | \log$$

$$\log(1,03^n) = \log 16 \quad \log a^n = n \cdot \log a$$

$$n \cdot \log 1,03 = \log 16 \quad | : \log 1,03$$

$$n = \frac{\log 16}{\log 1,03}$$

$$n = \frac{1,204}{0,0128}$$

$$\underline{\underline{n = 93,8\text{m}}}$$

Antwort: Der Auftrag wird der Firma B erteilt