

Aufgabe 1964/65 28:

2 P

Auf einem quadratischen Pyramidenstumpf mit der unteren Kante von $a_1 = 8\text{ cm}$, der oberen von $a_2 = 4,6\text{ cm}$ und dem Neigungswinkel α seiner Seitenfläche gegen die Grundfläche von 65° steht ein Kegestumpf von $h_2 = 1,5\text{ cm}$ Höhe. Sein Grundkreisradius ist $r_1 = 2,3\text{ cm}$, der Neigungswinkel β seiner Mantellinie gegen die Grundfläche beträgt 50° .

Welche Masse m hat der gesamte Körper aus Stahl ($\rho = 7,8\text{ g / cm}^3$)?

Lösung 1964/65 28:

1. Berechnung der Pyramidenstumpfhöhe h_1 :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_1}{\frac{a_1 - a_2}{2}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\tan 65^\circ = \frac{h_1}{\frac{8 - 4,6}{2}}$$

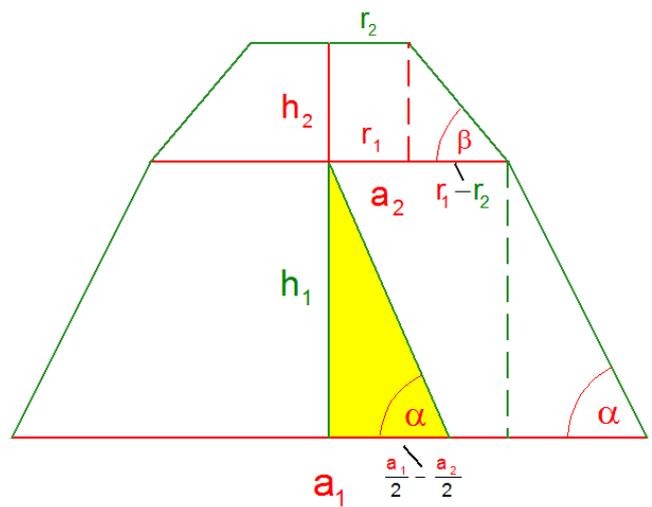
$$2,1445 = \frac{h_1}{\frac{3,4}{2}}$$

$$2,1445 = \frac{h_1}{1,7}$$

$$\frac{h_1}{1,7} = 2,1445$$
$$h_1 = 3,6457\text{ cm}$$

Seiten tauschen

$$| \cdot 1,7$$



2. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens V_{PyrSt} :

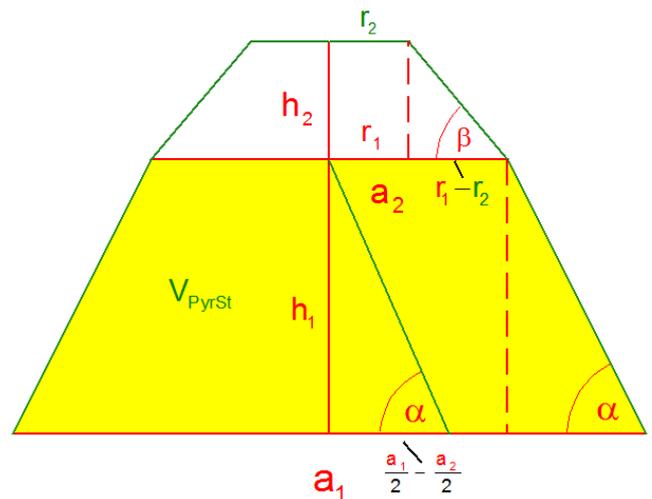
$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{h_1}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{3,6457}{3} \cdot (8^2 + 8 \cdot 4,6 + 4,6^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = 1,2152 \cdot (64 + 36,8 + 21,16)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = 1,2152 \cdot 121,96$$

$$V_{\text{PyrSt}} = 148,2058\text{ cm}^3$$



Lösung 1964/65 28:

3. Berechnung des Kegelstumpfradius r_2 :

$$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_2}{r_1 - r_2}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan 50^\circ = \frac{1,5}{2,3 - r_2}$$

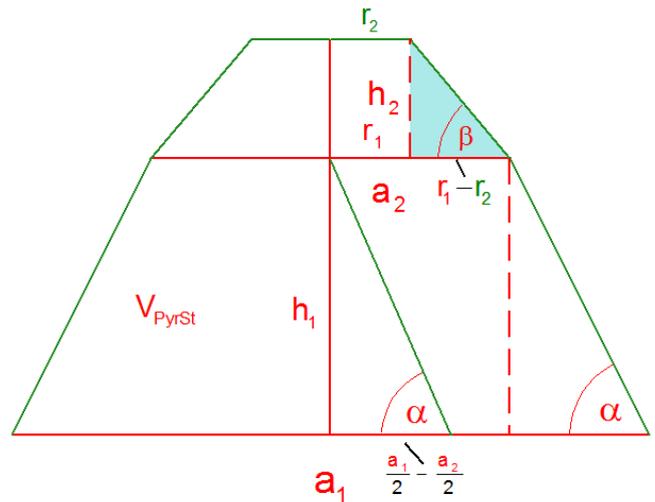
$$1,1918 = \frac{1,5}{2,3 - r_2} \quad | \cdot (2,3 - r_2)$$

$$1,1918 \cdot (2,3 - r_2) = 1,5 \quad | : 1,1918$$

$$2,3 - r_2 = 1,2586 \quad | - 2,3$$

$$-r_2 = -1,0414 \quad | \cdot (-1)$$

$$\underline{r_2 = 1,0414 \text{ cm}}$$



4. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

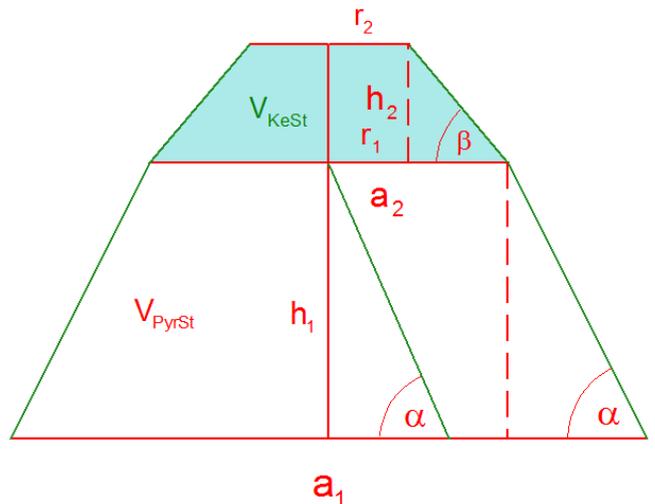
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 1,5 \cdot (2,3^2 + 2,3 \cdot 1,0414 + 1,0414^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 1,5 \cdot (5,29 + 2,3952 + 1,0845)$$

$$V_{\text{KeSt}} = 1,5708 \cdot 8,7697$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 13,7754 \text{ cm}^3}$$

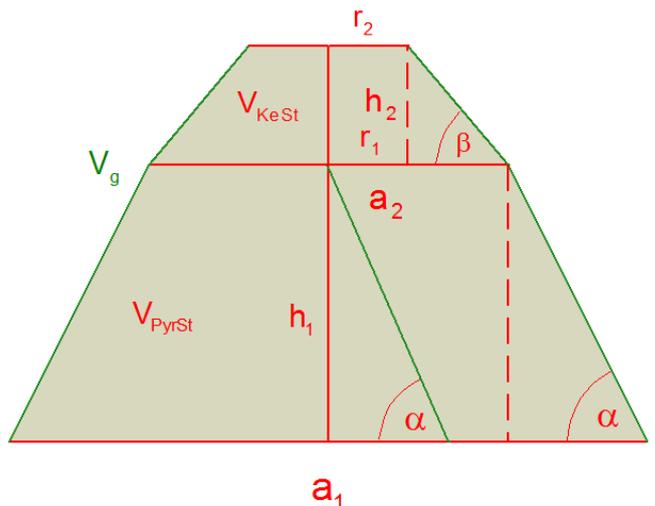


5. Berechnung des Gesamtvolumens V_g :

$$V_g = V_{\text{PyrSt}} + V_{\text{KeSt}}$$

$$V_g = 148,2058 + 13,7754$$

$$\underline{V_g = 161,9812 \text{ cm}^3}$$



6. Berechnung der Masse m des Gesamtkörpers:

$$m = V_g \cdot \rho$$

$$m = 161,9812 \cdot 7,8$$

$$m = 1263,45 \text{ g}$$

$$\underline{m = 1,263 \text{ kg}}$$

Antwort: Der Gesamtkörper besitzt eine Masse von 1,263 kg.