

Aufgabe 1964/65 24:

2 P

Ein Bergkristall ($\rho = 2,6 \text{ g / cm}^3$) setzt sich zusammen aus einem regelmäßigen sechseckigen Prisma (Höhe $h_1 = 28 \text{ mm}$) und beiderseits aufgesetzten sechseckigen Pyramiden (Höhe $h_2 = 18 \text{ mm}$). Der Kristall wiegt $17,3 \text{ g}$. Wie lang ist seine Grundkante a ?

Strategie 1964/65 24:

Gegeben:

Regelmäßige sechseckiges
Prisma + 2 regelmäßige
sechseckige Pyramiden

$$h_1 = 28 \text{ mm} = 2,8 \text{ cm}$$

$$h_2 = 18 \text{ mm} = 1,8 \text{ cm}$$

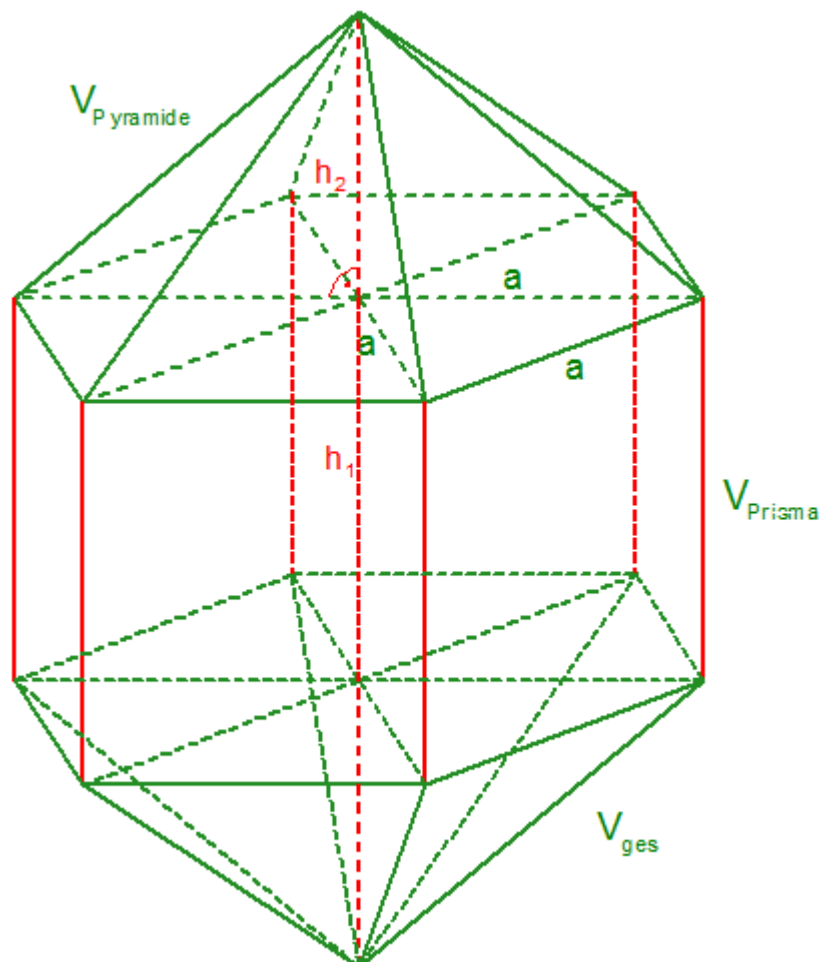
$$\rho = 2,6 \text{ g / cm}^3$$

$$m = 17,3 \text{ g}$$

Gesucht:

a

Skizze:



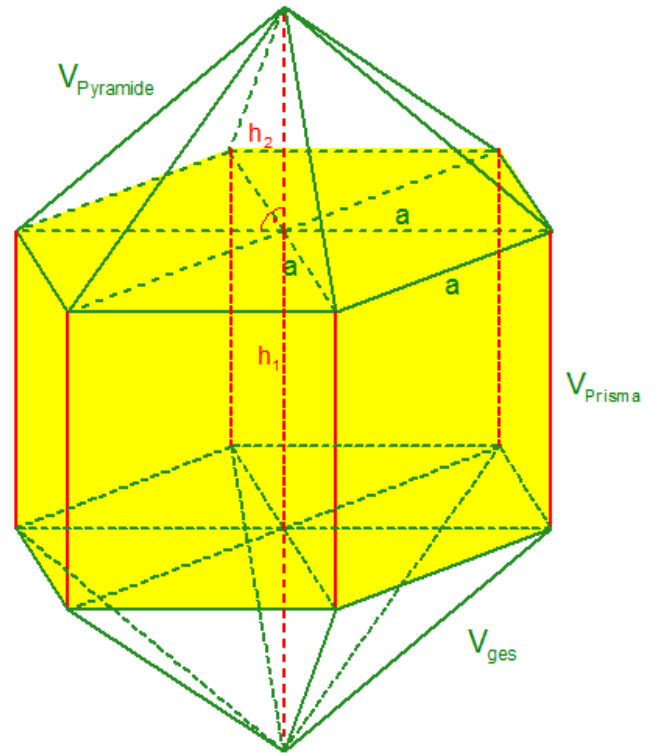
Lösung 1964/65 24:

1. Berechnung des Prismavolumens V_{Prisma} :

$$V_{\text{Prisma}} = \frac{3a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot h_1$$

$$V_{\text{Prisma}} = \frac{3a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2,8$$

$$\underline{V_{\text{Prisma}} = 7,2746 a^2}$$

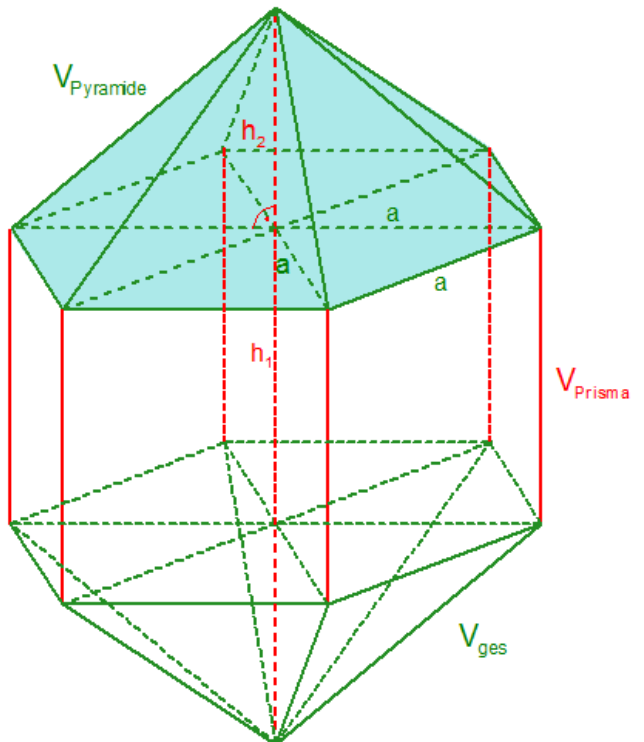


2. Berechnung des Pyramidenvolumens V_{Pyramide} :

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot h_2$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1,8$$

$$\underline{V_{\text{Pyramide}} = 1,5588 a^2}$$



Lösung 1964/65 24:

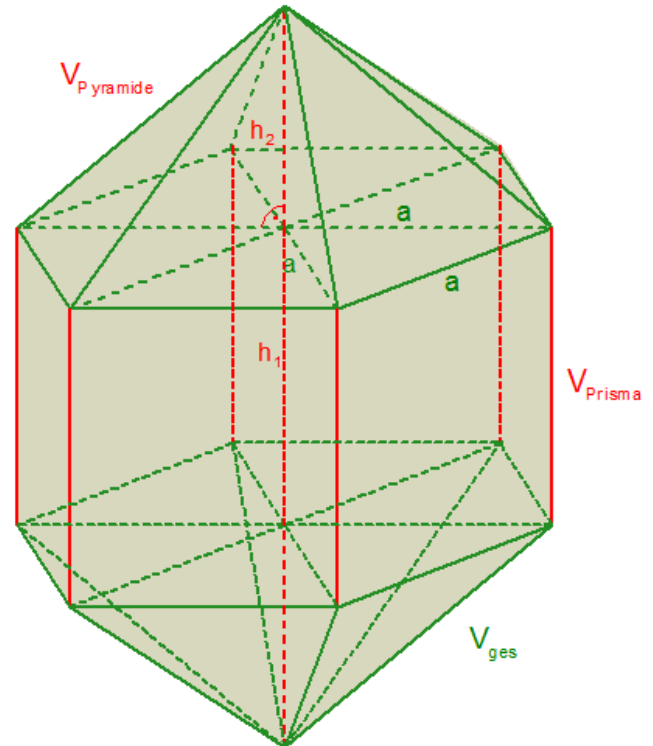
3. Berechnung des Gesamtvolumens V_{ges} :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{Prisma}} + 2 \cdot V_{\text{Pyramide}}$$

$$V_{\text{ges}} = 7,2746 a^2 + 2 \cdot 1,5588 a^2$$

$$V_{\text{ges}} = 7,2746 a^2 + 3,1176 a^2$$

$$\underline{V_{\text{ges}} = 10,3922 a^2}$$



4. Berechnung der Grundkante a:

$$m = V_{\text{ges}} \cdot \rho$$

$$17,3 = 10,3922 a^2 \cdot 2,6$$

$$17,3 = 27,01972 a^2 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$27,01972 a^2 = 17,3 \quad | : 27,01972$$

$$a^2 = 0,6402731 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{a = 0,80 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{a = 8 \text{ mm}}}$$

Antwort: Die Grundkante a des Bergkristalls beträgt 8 mm.